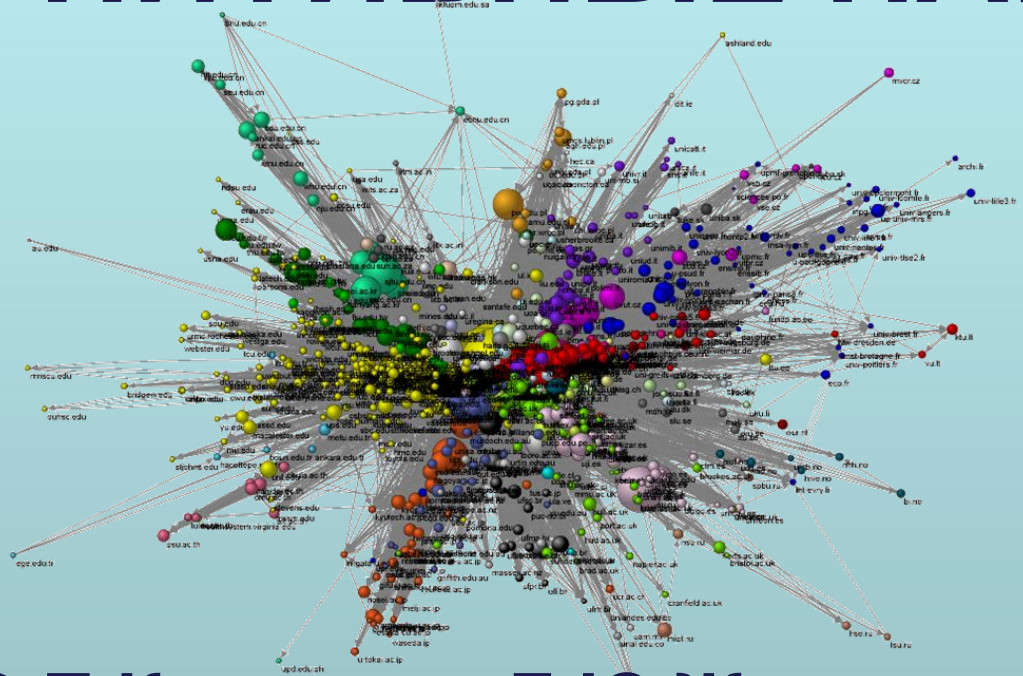
СЛОЖНЫЕ СЕТИ И КОГНИТИВНЫЕ НАУКИ



О.П.Кузнецов, Л.Ю.Жилякова

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва

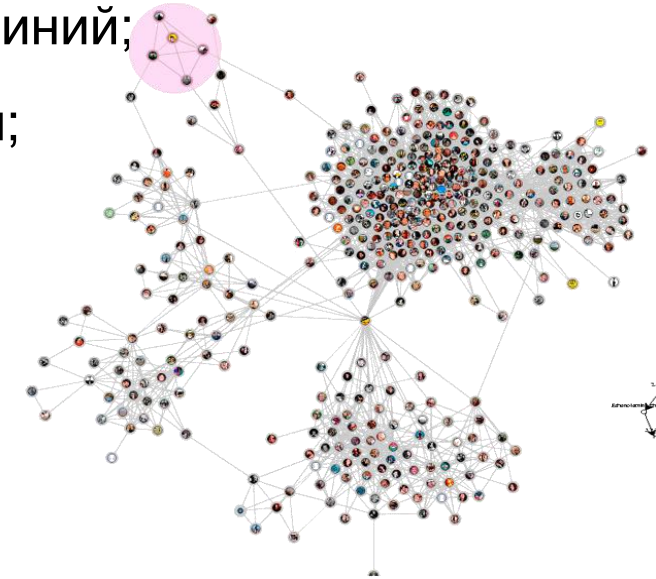
Нейроинформатика-2015, МИФИ, 20 января 2015

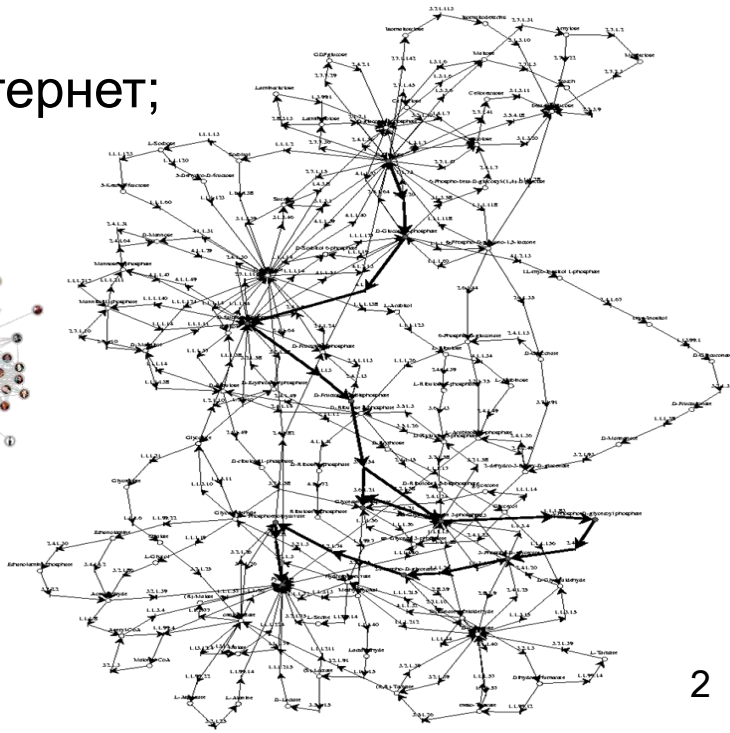
СЛОЖНЫЕ СЕТИ

Сложные (большие) сети – это графы, содержащие более десятков тысяч вершин.

Примеры сложных сетей

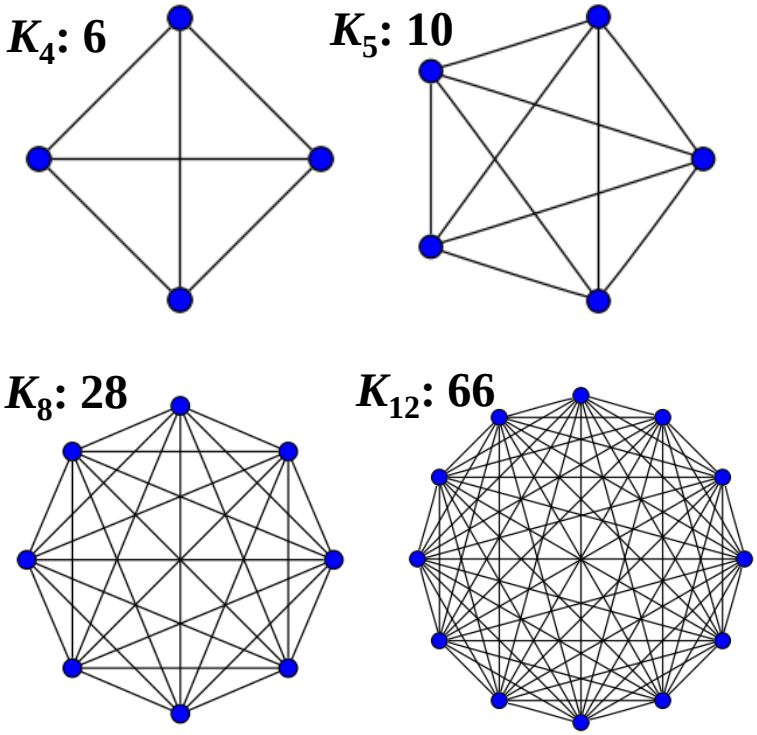
- Генные сети;
- Нейронные сети мозга; **коннектом** – карта соединений нейронов мозга
- Социальные сети;
- Различные компьютерные сети, включая Интернет;
- Сети авиационных линий;
- Энергетические сети;
- Сети цитирования;
- Сети соавторства.



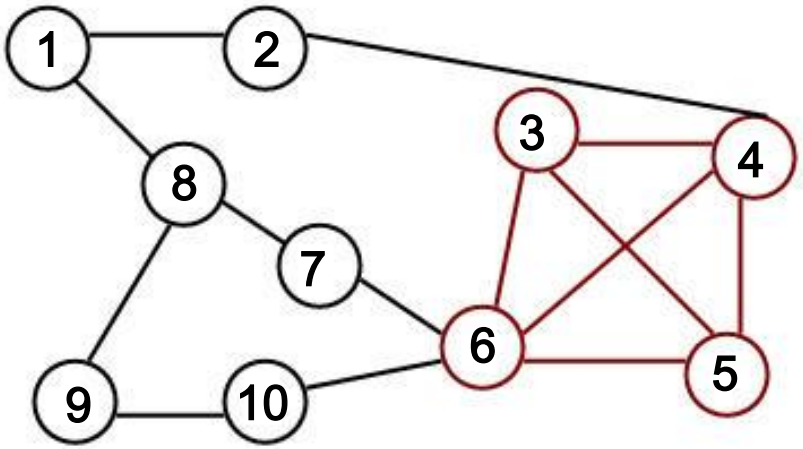


ГРАФЫ

Полные графы



Клика

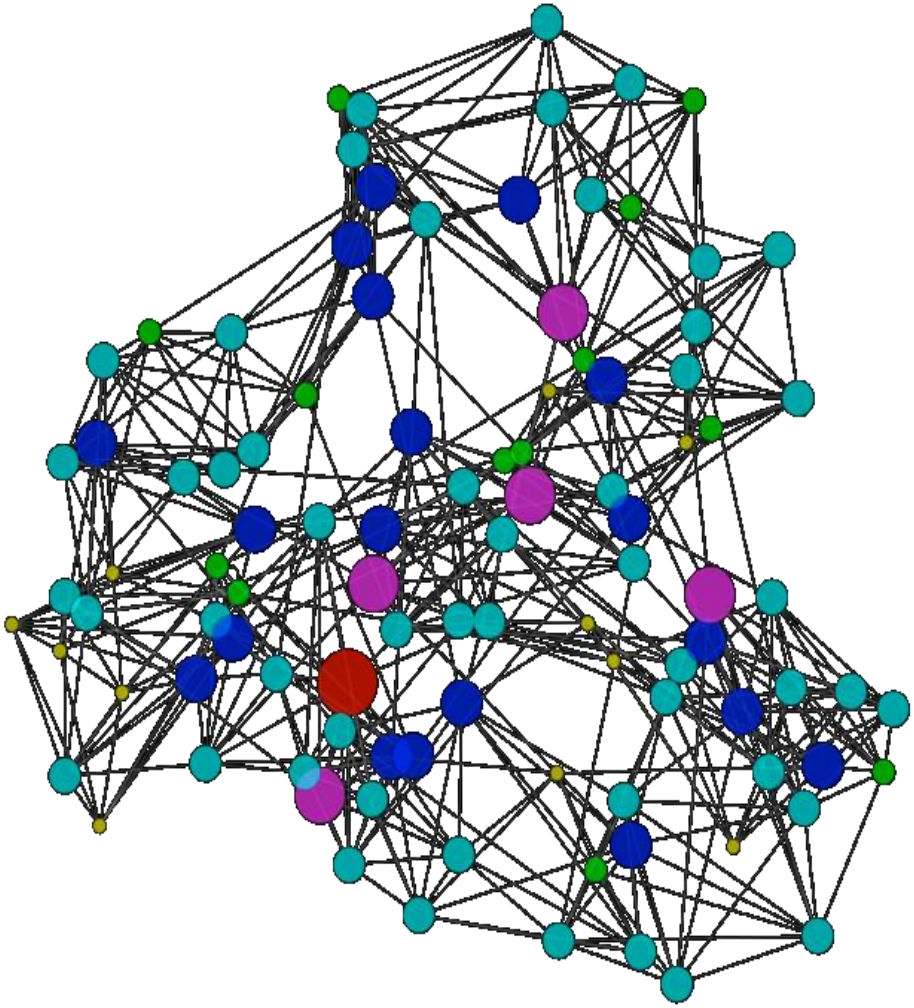


3456 – полный подграф (клика)

n – число вершин; m – число ребер

В полном графе $m = \dfrac{n(n-1)}{2}$

СЛОЖНЫЕ СЕТИ



Кластеры – подграфы, близкие к полным.

Статистические характеристики:

• k – средняя степень вершины;

• L – средняя (характеристическая) длина пути;

• распределение степеней вершин;

• C – коэффициент кластеризации;

• хабы – вершины сети с наибольшими степенями.

СЛОЖНЫЕ СЕТИ

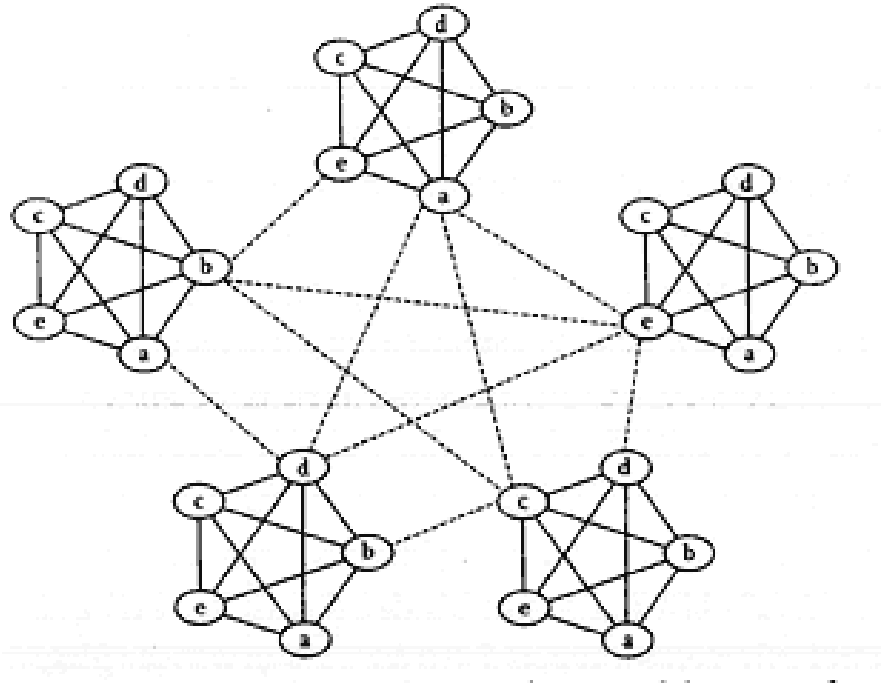
Коэффициент кластеризации C_i вершины i :

$$C_i = \frac{2e_i}{k_i(k_i - 1)}$$

(e_i - число связей между соседями вершины i)

Коэффициент кластеризации графа:

$$C(G) = \frac{1}{n}\sum_i C_i$$



СЛУЧАЙНЫЕ ГРАФЫ

Теория случайных графов была создана в середине XX-го века венгерскими математиками П.Эрдешем и А.Реньи [Erdős, Rényi], но именно в связи с возникновением теории сложных сетей она получила «второе дыхание» и серьезное развитие.

Понятие случайного графа связано со взглядом на все множество графов как на вероятностное пространство $S = <K, Q>$, где K – множество рассматриваемых графов, Q – вероятностный механизм порождения (или случайного выбора) графа из множества K.

S называется *моделью случайного графа*.

В конкретном пространстве S каждый граф $G \in K$ имеет определенную вероятность $p_S(G)$ реализации (статистический вес): $p_S(G)$ – это вероятность того, что в результате работы механизма Q возникнет граф G.

СЛУЧАЙНЫЕ ГРАФЫ

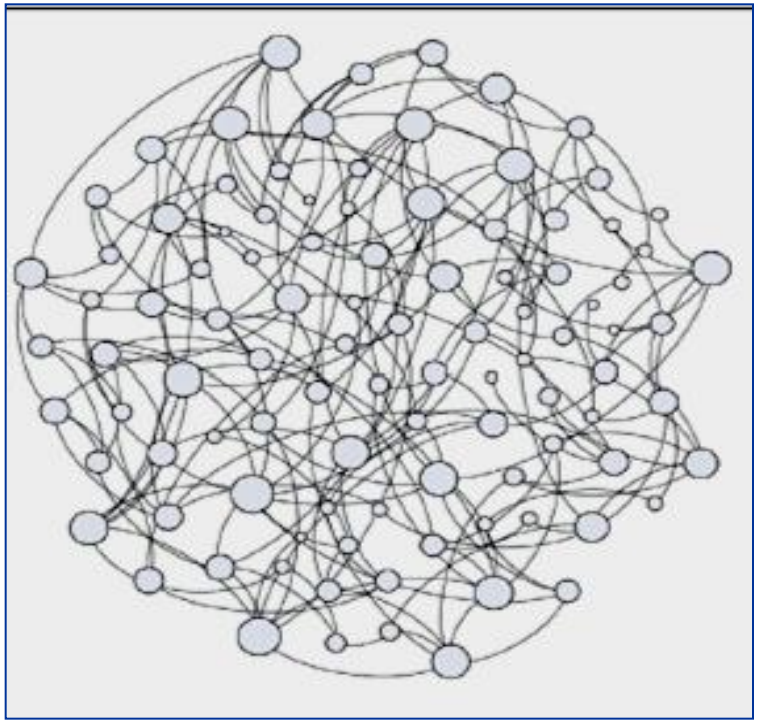
Модель Эрдеша-Реньи случайного графа S_{ER} определяется как $S_{ER} = <V_n, Q(p)>$, где V_n – множество всех графов с n вершинами, $Q(p)$ – механизм, при котором для любых вершин v_i, v_j ребро между ними создается с одной и той же вероятностью p.

В этой модели граф с n вершинами и m ребрами имеет вероятность

$$p_{ER}(G) = p^m (1-p)^{C_n^2 - m}.$$

Вероятность того, что граф обладает свойством A (например, связностью), – это сумма вероятностей всех графов со свойством A.

Распределение степеней является пуассоновским; типичный граф имеет низкий коэффициент кластеризации.



Случайный граф Эрдёша–Реньи: $N = 100$, средняя степень $<k> = 2.5$.

СЛУЧАЙНЫЕ ГРАФЫ

В модели Эрдеша-Реньи справедливы два поразительных результата:

1. Пусть $p = \frac{c \ln n}{n}$. Тогда:

- если $c > 1$, то почти всегда случайный граф связен;
- если $c < 1$, то почти всегда случайный граф несвязен.

2. Пусть $p = \frac{c}{n}$. Тогда:

- если $c < 1$, то найдется такая константа $\beta = \beta(c)$, что почти всегда размер каждой связной компоненты графа не превосходит $\beta \ln n$;

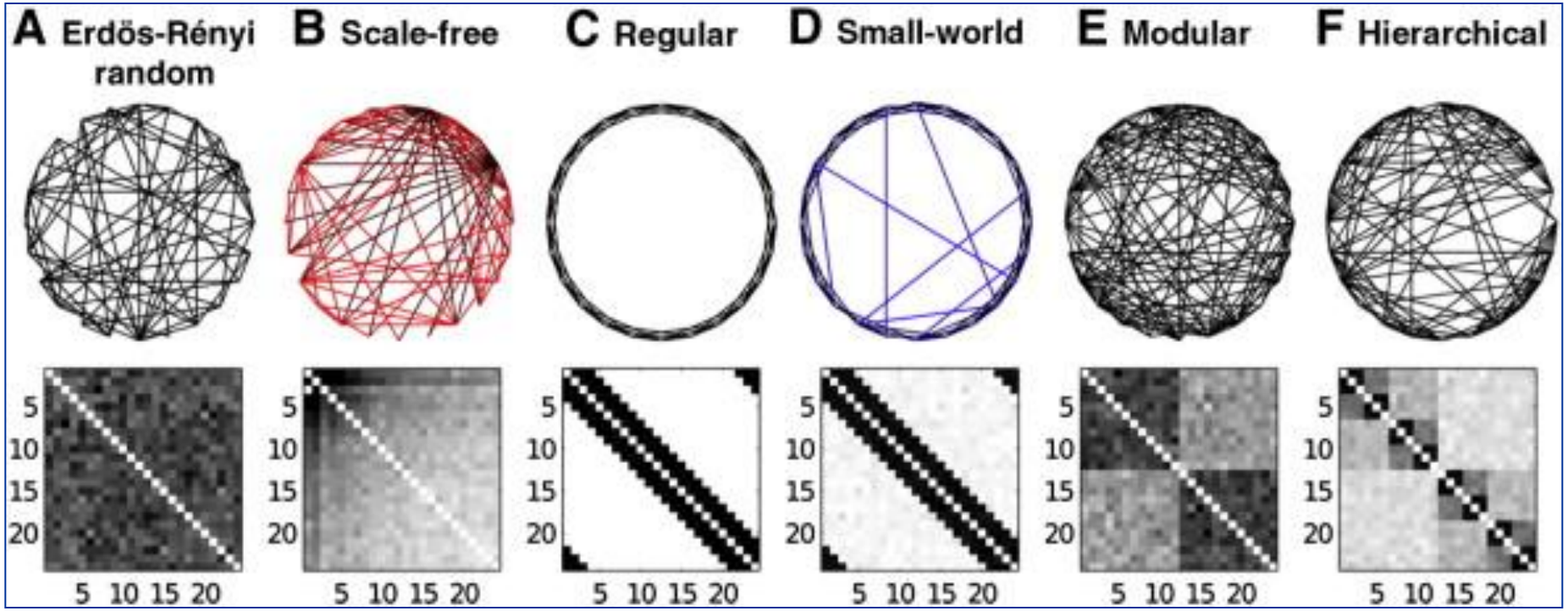
- если $c > 1$, то найдется такая константа $\gamma = \gamma(c)$, что почти всегда в случайном графе будет ровно одна связная компонента размера $\geq \gamma n$.

Это утверждение о единственности большой связной компоненты объясняется тем, что, если существуют два связных подграфа размера порядка γn, то почти наверняка найдется ребро, соединяющее вершины из разных подграфов и тем самым стягивающее их в одну связную компоненту.

Такая компонента называется **гигантской**.

КЛАССЫ СЛОЖНЫХ СЕТЕЙ

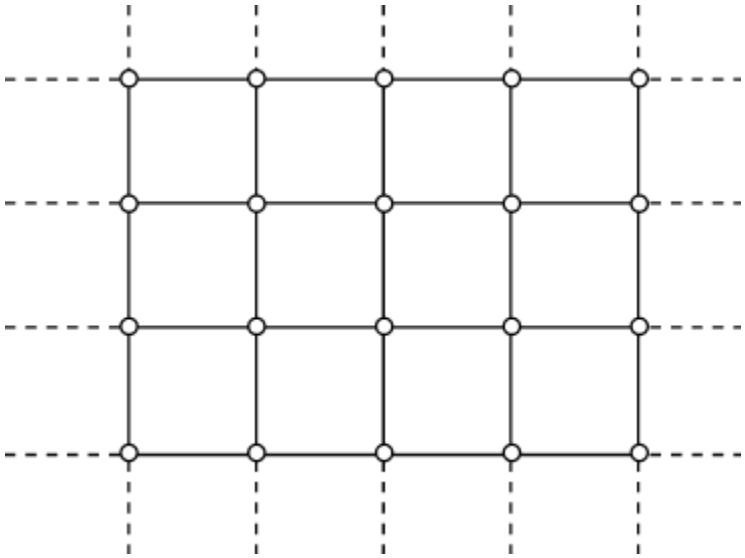
- Регулярные сети
- Сети тесного мира
- Безмасштабные сети
- Модулярные сети



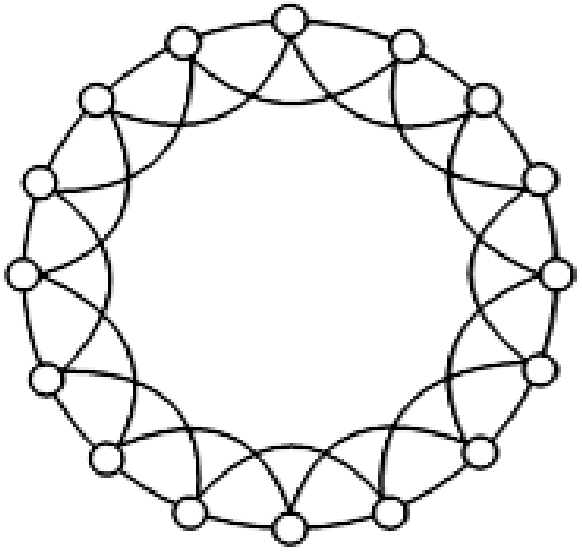
Kaiser M., *Neuroimage, vol. 57, 2011*

КЛАССЫ СЛОЖНЫХ СЕТЕЙ

Регулярные сети – сети, которые в любом своем месте устроены одинаково. Пример – решетки.



Квадратная решетка

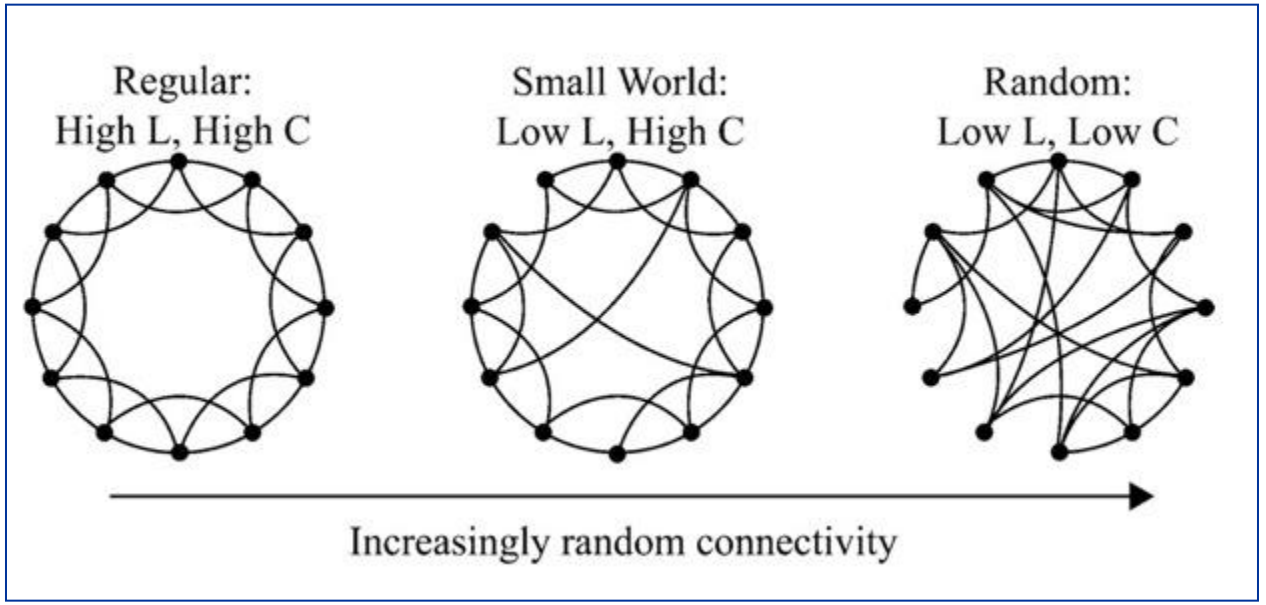


Кольцевая решетка

В регулярных сетях L (средняя длина пути) линейно зависит от n (числа вершин). Большому n соответствует большое L.

КЛАССЫ СЛОЖНЫХ СЕТЕЙ

Сети тесного мира (D.J.Watts, S.H.Strogatz)



В сетях тесного мира L (средняя длина пути) слабо зависит от n (числа вершин). L *мало* даже при большом n.

Полный граф – тоже сеть тесного мира, однако у него степени вершин линейно зависят от n.

Важно, что существуют сети тесного мира, где k (средняя степень вершин) не растет с ростом n, а коэффициент кластеризации C остается высоким.

КЛАССЫ СЛОЖНЫХ СЕТЕЙ

Сети тесного мира

Сети тесного мира впервые обнаружили социологи (С.Милгрэм (1967) – «6 рукопожатий»).

	L_{actual}	L_{random}	C_{actual}	C_{random}
Film actors	3.65	2.99	0.79	0.00027
Power grid	18.7	12.4	0.080	0.005
C. elegance	2.65	2.25	0.28	0.05

L и C для трех реальных сетей по сравнению со случайными графами с тем же числом вершин и средней степенью вершины.

Актеры: $n = 225.226$, $k = 61$. В графе актеров исследовалась гигантская компонента связности, которая включает 90% актеров, включенных в Internet Movie Database по состоянию на апрель 1997.

Энергетическая сеть: $n = 4.941$, $k = 2{,}67$. Для энергетической сети вершины – это генераторы, трансформаторы и подстанции, а ребра – высоковольтные линии передачи между ними.

C.Elegance: $n = 282(302)$, $k = 14$. Для *C.Elegance* ребро соединяет два нейрона, если они связаны либо синапсом, либо щелевым контактом. Все ребра – неориентированные и невзвешенные.

Все три сети демонстрируют феномен тесного мира: $L \gtrsim L_{random}$, но $C \gg C_{random}$.

D.J. Watts, S.H.Strogatz. Collective dynamics of 'small-world' networks. NATURE |VOL 393 | 4 JUNE 1998.

КЛАССЫ СЛОЖНЫХ СЕТЕЙ

Безмасштабные сети

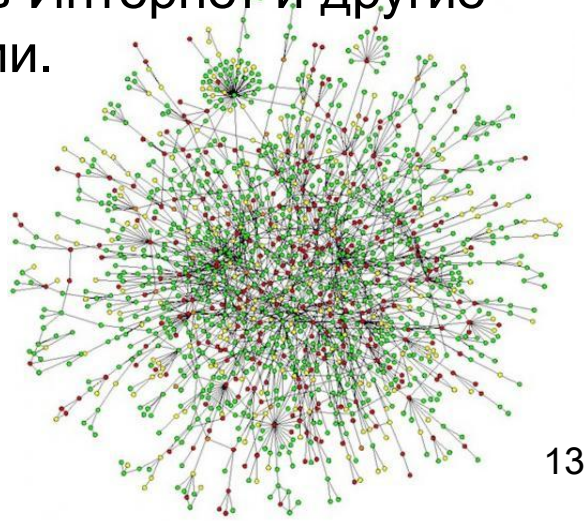
Безмасштабная (масштабно-инвариантная) сеть (scale-free network) – граф, в котором степени вершин распределены по степенному закону $P(k) \sim k^{-\gamma}$, то есть доля вершин со степенью k асимптотически пропорциональна $k^{-\gamma}$.

γ – характеристическая степень, обычно между 2 и 3.

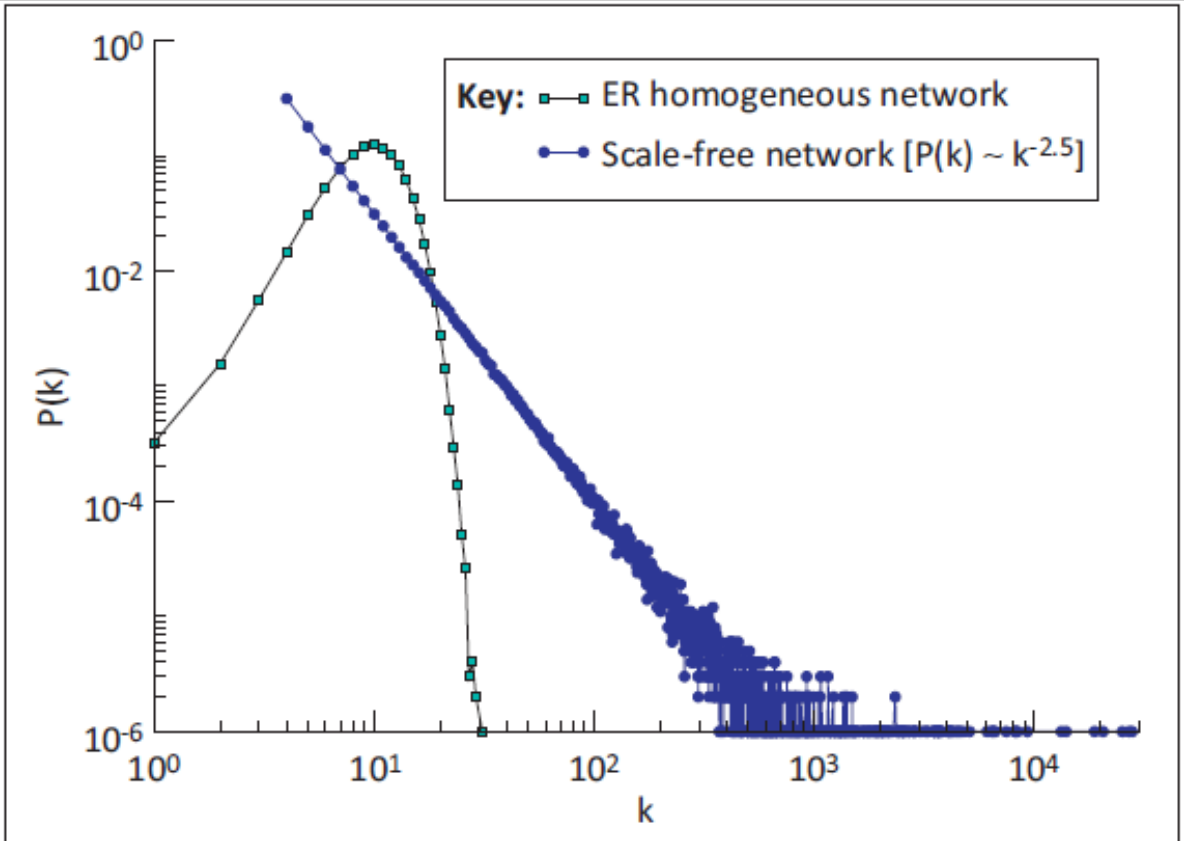
Безмасштабные сети самоподобны: в любом участке сети распределение степеней будет тем же.

Многие естественно возникающие сети – социальные, коммуникационные, графы цитирований, ссылок в Интернет и другие – хорошо моделируются безмасштабными графами.

Главная отличительная черта безмасштабных сетей – это существование узлов-концентраторов (хабов), степени которых очень велики по сравнению со степенями остальных узлов.



Распределение степеней и безмасштабность



Andrea Baronchelli, Ramon Ferrer-i-Cancho, Romualdo Pastor-Satorras, Nick Chater, Morten H. Christiansen. **Networks in Cognitive Science** *//* Trends in Cognitive Science 17(7), 348-360 (2013)

Распределение степеней в сети $P(k)$, показывает вероятность того, что случайно выбранный узел будет иметь степень k. На графике представлено распределение степеней графа Эрдёша – Реньи (ЭР) и безмасштабной сети (с $P(k) \sim k^{-2.5}$). Видно, что в ЭР-графе вероятность появления вершины со степенью $k > 30$ практически нулевая, в безмасштабном графе существует ненулевая вероятность наблюдения узлов со степенями порядка 1000 и даже 10000. Оба графа имеют размер $N = 10^6$ узлов и одинаковую среднюю степень $\langle k \rangle = 10.5$.

ДИНАМИКА СЛОЖНЫХ СЕТЕЙ

Динамика топологии: - модели роста,

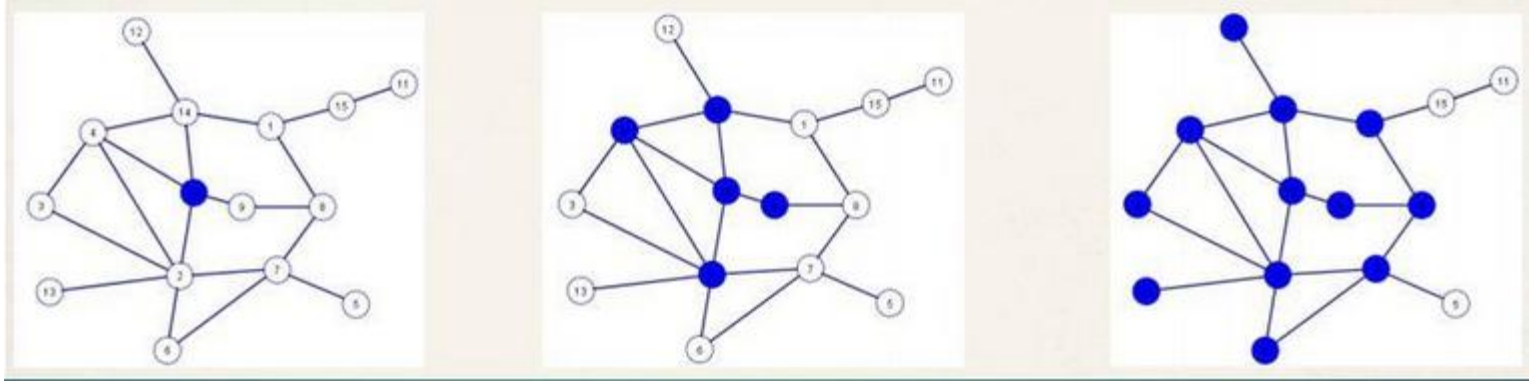
- модели «случайной эволюции».

Динамика состояний (при фиксированной топологии):

- потоковые модели, т.е. распространение ресурса;

- распространение активности.

Для биологических объектов динамика топологии – это процессы развития (медленное время); динамика состояний – текущие процессы (быстрое время).



ДИНАМИКА ТОПОЛОГИИ

Пример модели роста – модель предпочтительного присоединения (Barabasi, Albert):

Начинаем с n_0 вершин. На шаге t присоединяется новая вершина с m ребрами.

Вероятность ее соединения с вершиной i равна $P(k_i) = \frac{k_i}{\sum_{j=1}^{N-1} k_j}$:

чем больше степень, тем выше вероятность присоединения к ней.

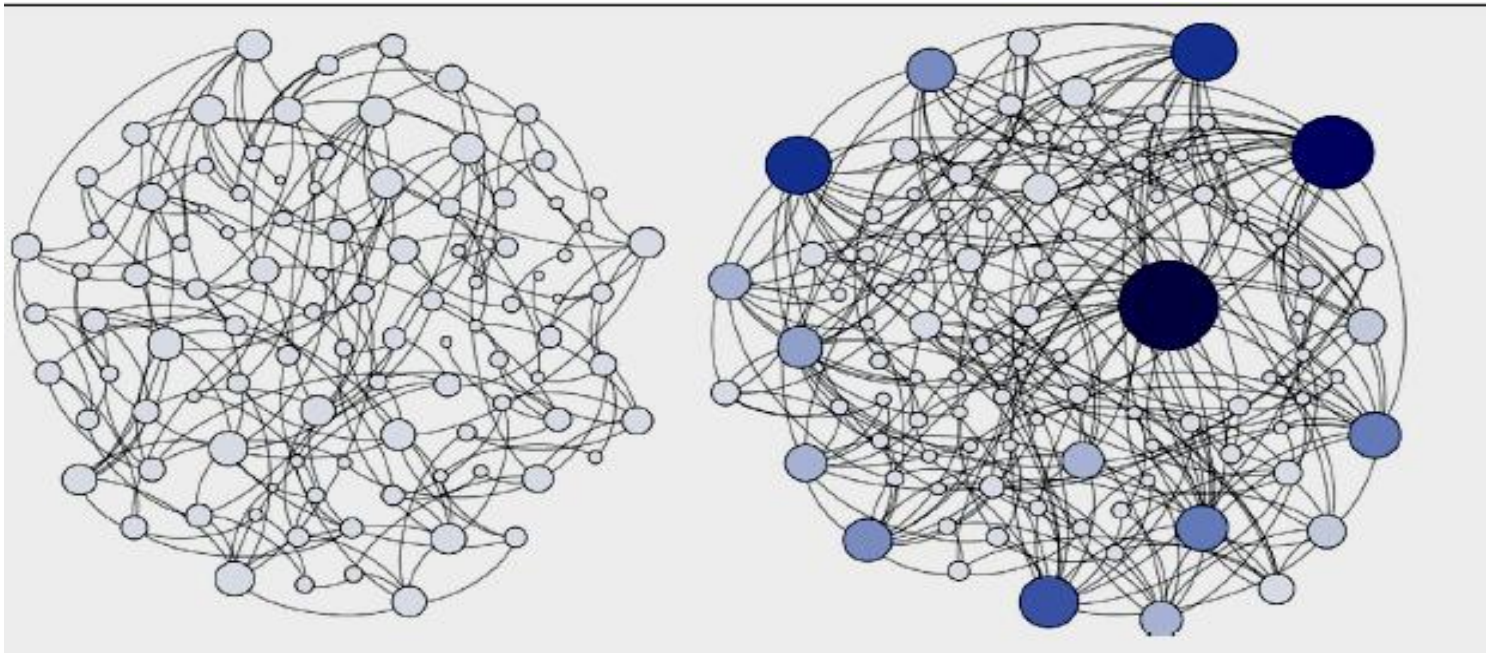
В пределе возникает степенное распределение $P(k)=ck^{-3}$, т.е. безмасштабная сеть.

ДИНАМИКА ТОПОЛОГИИ

Феномен клуба богатых («богатый становится богаче»): хабы имеют более сильную тенденцию соединяться между собой, нежели с узлами с малыми степенями. На популярные сайты новые пользователи ходят чаще. Авторы-ученые склонны цитировать уже высоко цитируемые статьи, отодвигая важность или качество на второе место. Пионерские авторы получают выгоду из «преимущества первого игрока»: первая работа по какой-либо теме часто собирает больше ссылок, чем лучшая работа.

Принцип Парето: «20/80».

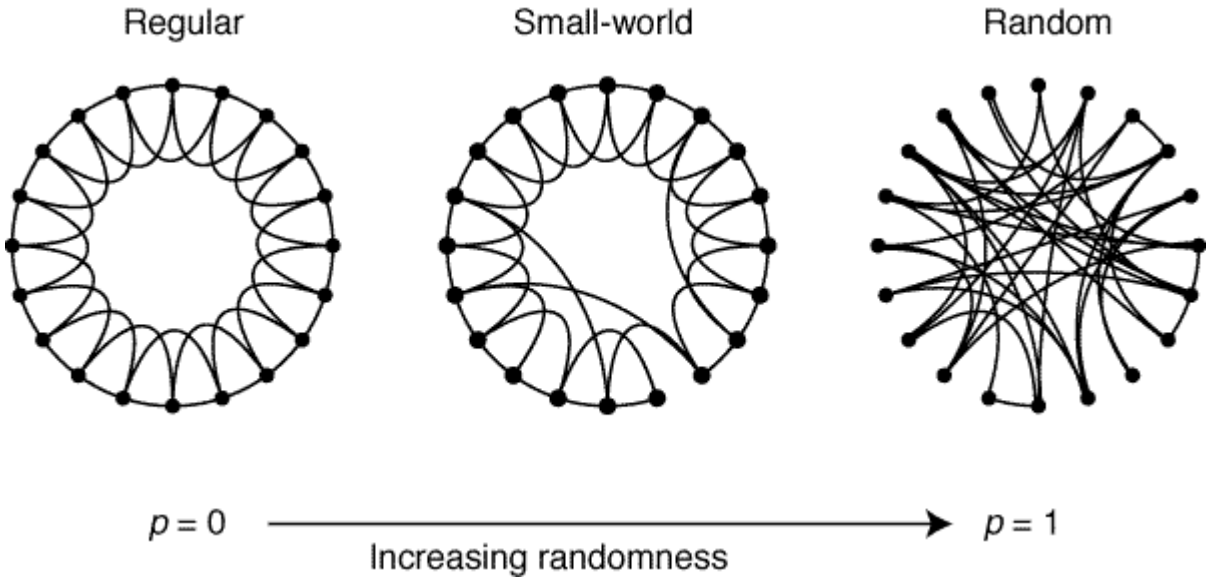
A. Baronchelli, R. Ferrer-i-Cancho, R. Pastor-Satorras, N. Chater, M.H. Christiansen. **Networks in Cognitive Science //** Trends in Cognitive Science 17(7), 348-360 (2013)



Случайный граф Эрдёша–Реньи (слева) и граф со степенным законом распределения степеней (справа), для обоих число узлов: $N = 100$, и одинаковая средняя степень $\langle k \rangle = 2.5$.

ДИНАМИКА ТОПОЛОГИИ

Пример модели роста путем случайной эволюции – «случайный перемонтаж»



Регулярная кольцевая структура: $n = 20,\ k = 4$.

Шаг процедуры. Выбираем вершину и ребро, соединяющее ее с ближайшим по часовой стрелке соседом. С вероятностью p переприсоединяем это ребро к вершине, выбранной равномерно из всего кольца, причем дублирующие ребра запрещены; в этом случае мы оставляем ребро на месте. Повторяем этот процесс, двигаясь по кольцу по часовой стрелке, рассматривая каждую вершину, до тех пор, пока первый проход не завершится.

Для промежуточных p этот процесс приводит к сетям тесного мира.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКТИВНОСТИ.
Грановеттер-73. Сила слабых связей

Granovetter M. S. 1973. The Strength of Weak Ties. The American Journal of Sociology. 78 (6): 1360–1380.

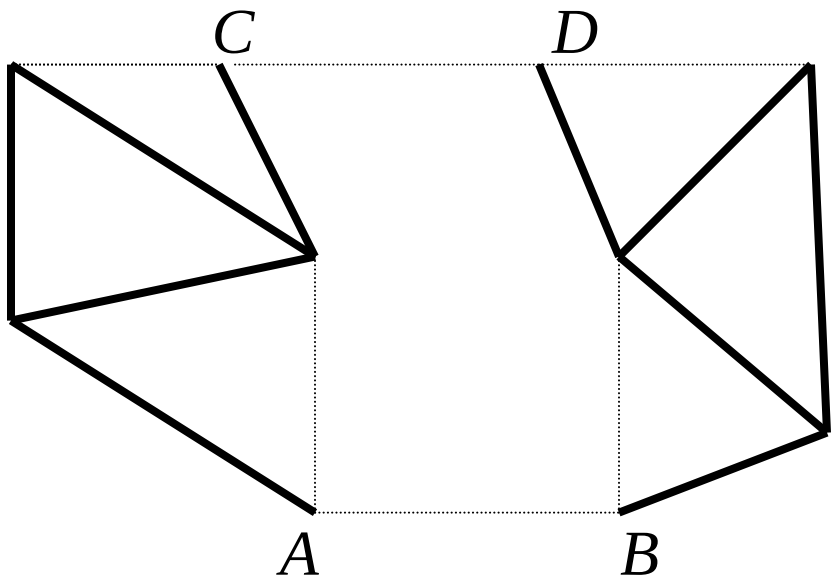
Распространение информации в социальных сетях: основные предположения:

1.В социальных сетях существуют сильные и слабые связи.

Сильные связи – между людьми, которые постоянно взаимодействуют (люди одной «малой группы»).

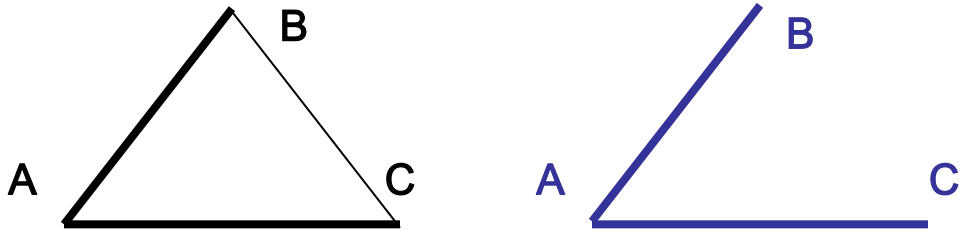
Слабые связи – эпизодические, между людьми разных малых групп.

2. В социальной сети существуют локальные мосты – ребра, удаление которых сильно изменяет длину некоторых путей.



РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКТИВНОСТИ.
Грановеттер-73. Сила слабых связей

3. «Исключенная триада» (справа):



4. Сильная связь смежна хотя бы с одной сильной связью,
Тогда справедлив тезис: ни одна сильная связь не является мостом. Мостами могут быть только слабые связи.
Вероятность успешной передачи информации сильнее пострадает от удаления слабой связи, чем от удаления сильной. Хождение новости по сильным связям с большей вероятностью ограничится несколькими кластерами, чем при движении по слабым связям, поскольку новость не будет проходить через мосты.
Наличие индивидов с большим количеством слабых связей наиболее способствует распространению инноваций, поскольку некоторые из этих связей являются локальными мостами. Если инновация будет распространяться индивидами, у которых *мало* слабых связей, она, вероятнее всего, ограничится несколькими кластерами.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКТИВНОСТИ.
Грановеттер-73. Сила слабых связей

Исследования «тесного мира» (С.Милгрэм в конце 60-х гг). Случайно отобранным индивидам раздаются буклеты с просьбой отправить их названному лицу через человека, которого отправитель знает лично и кто более вероятно знаком с целевым лицом.

Новый получатель передает буклет дальше; в итоге либо буклет достигает цели, либо нет. Разрешается выбирать из двух категорий: «друзья» или «знакомые» (сильные и слабые связи). В одном из исследований белых отправителей попросили передать буклет, где в качестве цели выступал темнокожий. Важной была *первая* передача буклета от белого к темнокожему. В 50% случаев, когда белый считал темнокожего знакомым, цепочка завершалась; но когда белый отправлял буклет темнокожему другу, показатель завершения падал до 26 %.

Эксперимент в мичиганской школе. Каждого школьника просили назвать 8 приятелей в порядке предпочтения. После этого сделали два «замыкания» этих списков: по первым-вторым и седьмым-восьмым: для первых-вторых выписывали их первых-вторых и т.д., пока появлялись новые люди; то же сделали для седьмых-восьмых. Второй список оказался существенно длиннее.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКТИВНОСТИ.
Грановеттер-73. Сила слабых связей

Чем больше локальных мостов существует в сообществе, тем более сплочённым оказывается данное сообщество и тем выше его способность действовать сообща. Слабые связи с большей вероятностью соединяют членов *различных* малых групп, чем сильные; последние, как правило, сосредоточены внутри отдельных групп.

Сильные связи, способствующие формированию сплоченности на локальном уровне, на макроуровне приводят к фрагментации.

Математически это очевидно: из тезиса о слабых связях следует, что удаление слабых связей делает граф социальной сети несвязным.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКТИВНОСТИ.
Грановеттер-78. Пороговые модели коллективного поведения

Granovetter M. S. Threshold Models of Collective Behavior. The American Journal of Sociology. 1978, 83 (6): 1420–1443.

Рассматриваются модели коллективного поведения для ситуаций, где участники имеют две альтернативы – действовать (да) или не действовать (нет). Выбор ***да*** происходит при достижении личного порога: числа или доли тех, кто уже выбрал ***да***.

Порог – это точка, начиная с которой, по мнению субъекта, выигрыш превышает цену.

Радикалы имеют более низкий порог. Радикалы с нулевым порогом – инициаторы («подстрекатели»). Консерваторы имеют высокий порог. Те, кто не будет действовать ни при каких обстоятельствах, имеют порог 100%.

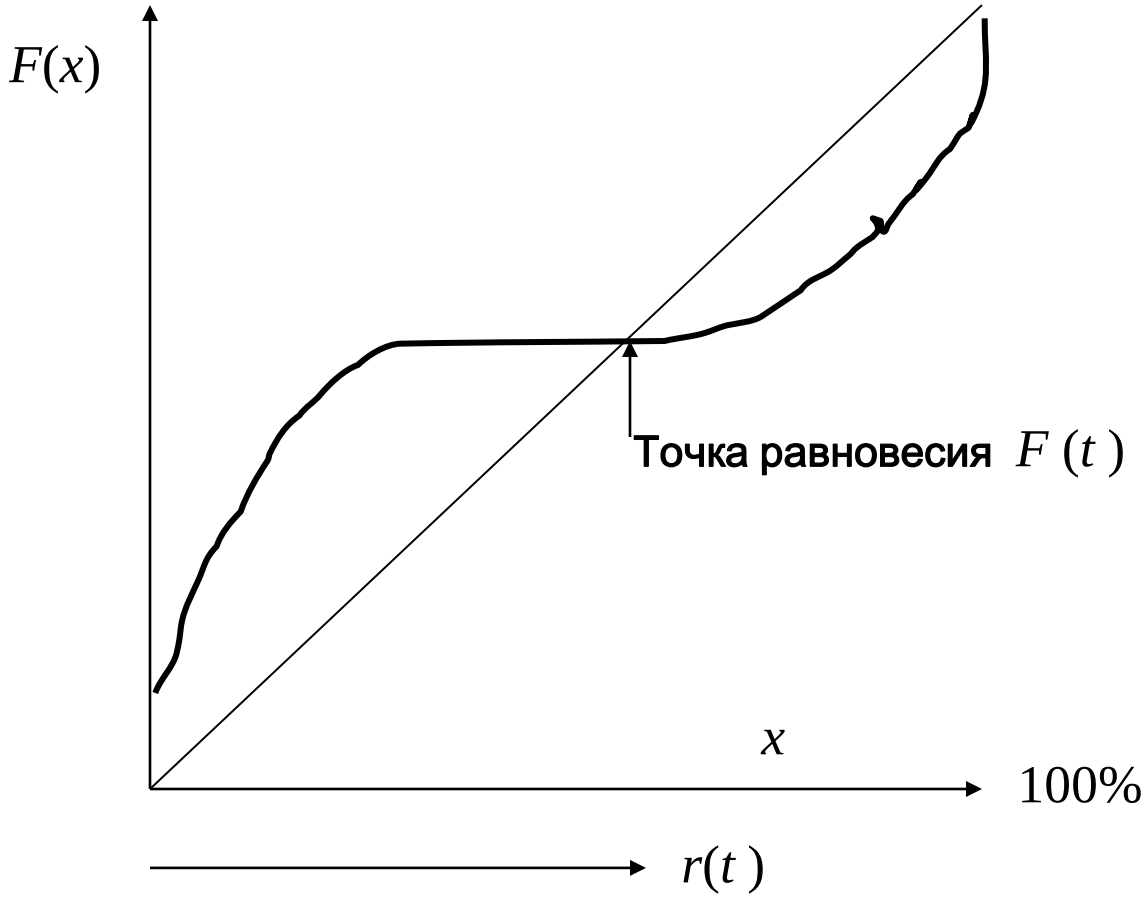
Эти модели можно применять к таким процессам, как голосование, распространение слухов, мнений, инноваций; беспорядки, миграция и т.д.

Простая модель: толпа в 100 человек; *i*-й человек имеет порог *i* –1 (1-й имеет порог 0). Это – равномерное распределение порогов, которое дает эффект «домино». Если в этой толпе одного человека с порогом 1 заменить на человека с порогом 2, то процесс остановится в самом начале. Это пример того, как коллективы, очень близкие по намерениям, демонстрируют совершенно разное поведение.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКТИВНОСТИ.
Грановеттер-78. Пороговые модели коллективного поведения. Эффект домино

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКТИВНОСТИ.
Грановеттер-78. Пороговые модели коллективного поведения. Эффект домино

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКТИВНОСТИ.
Грановеттер-78. Пороговые модели коллективного поведения



x – пороги, $f(x)$ – частотное распределение, $F(x)$ – кумулятивная функция распределения: доля группы, имеющая порог $\leq x$; $r(t)$ – доля группы, включившаяся в процесс в дискретный момент t.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКТИВНОСТИ.
Грановеттер-78. Пороговые модели коллективного поведения

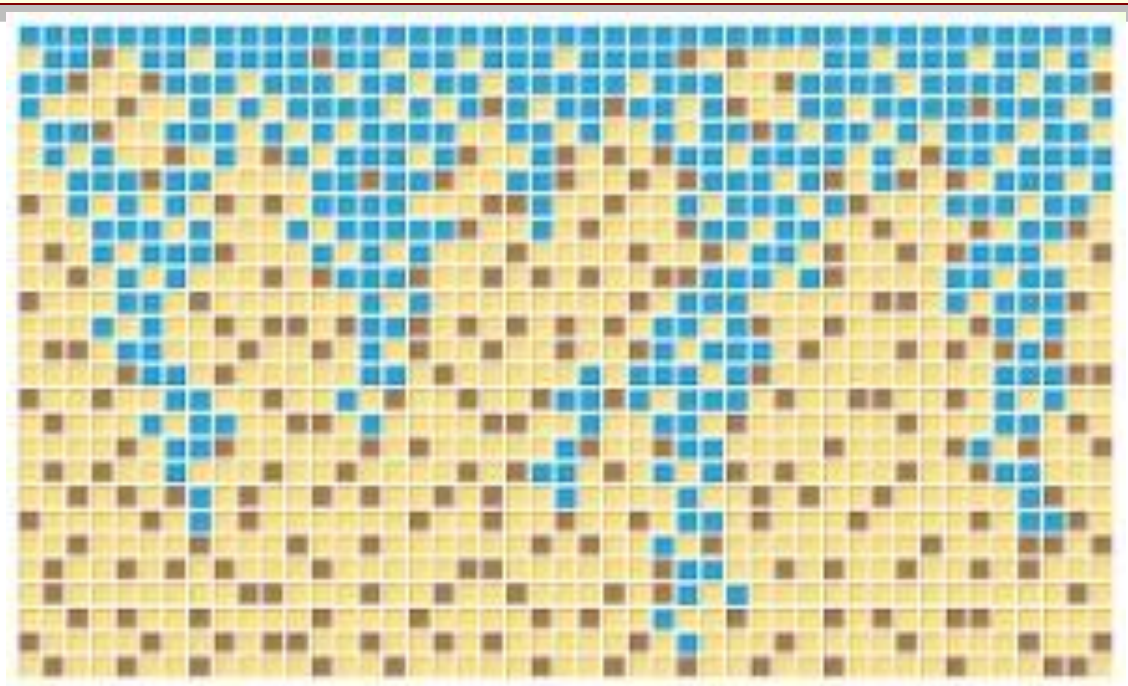
Модель можно усложнить, учтя влияние социальной структуры, например, учтя влияние друзей.

Пусть популяция в городе имеет равномерное распределение порогов. Собирающаяся толпа из 100 человек – это случайная выборка из большой популяции. В этом случае положение точки равновесия может меняться: в толпе может не быть зачинщика, человека с порогом 1 и т.д., т.е. распределение в толпе может сильно отличаться от распределения во всей популяции. Поэтому в одном городе беспорядки произойдут, а в другом с тем же распределением порогов – нет.

Процесс зависит от размера популяции. В небольшом городе такая выборка (малый инцидент) может произойти лишь однажды, и вероятность того, что из нее произойдут большие беспорядки, невелика. В большом городе малых инцидентов будет больше, и вероятность большого инцидента возрастает.

Эти события можно представить развернутыми не во времени, а в пространстве: как одновременные инциденты среди локальных групп. Здесь будут важны связи между группами – связь с концепцией *силы слабых связей*.

ПЕРКОЛЯЦИЯ

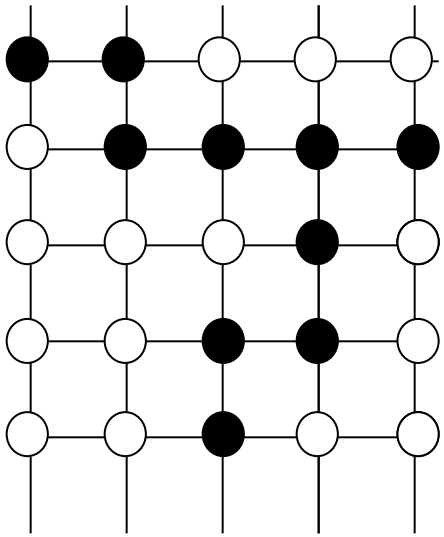


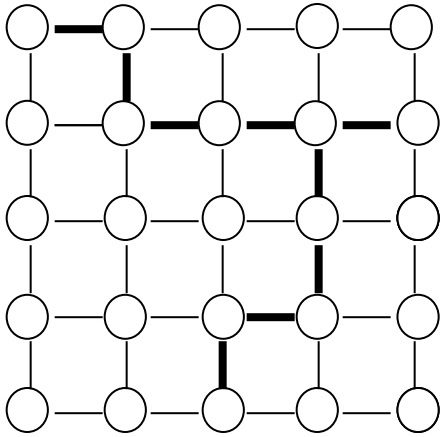
Два источника задач перколяции.

1. Физика (исторически первый источник) – задачи просачивания жидкостей в пористой среде; некоторые задачи, связанные с проводимостью.

2. Математика – случайные графы.

ПЕРКОЛЯЦИЯ





Прямая задача: Какова доля занятых элементов решетки, при которой возникает путь от верхнего края до нижнего?

Два варианта постановки задачи: какова доля узлов (задача узлов) или какова доля связей (задача связей).

Связный подграф называется кластером. Кластер, в котором есть путь от верхней до нижней границы решетки, называется перколяционным. В бесконечной решетке перколяционный кластер бесконечен и единственен (**гигантская компонента**).

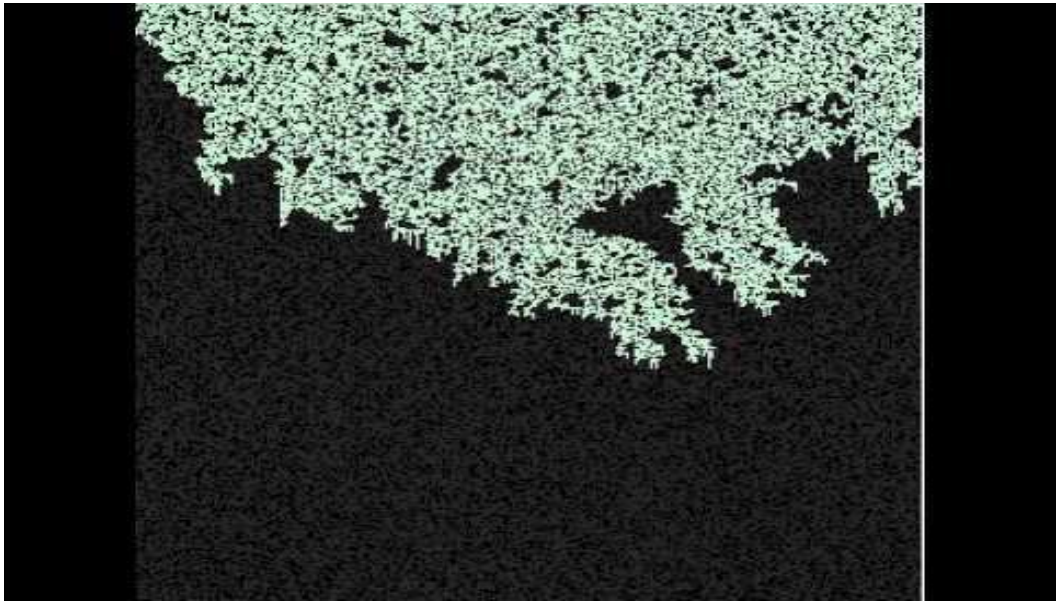
ПЕРКОЛЯЦИЯ

Порог p_c перколяции – доля занятых узлов, при которой возникает перколяционный кластер.

Для бесконечной квадратной решетки величина p_c определена:

p_c=0,5 для задачи связей; $p_c \approx 0{,}59275$ для задачи узлов.

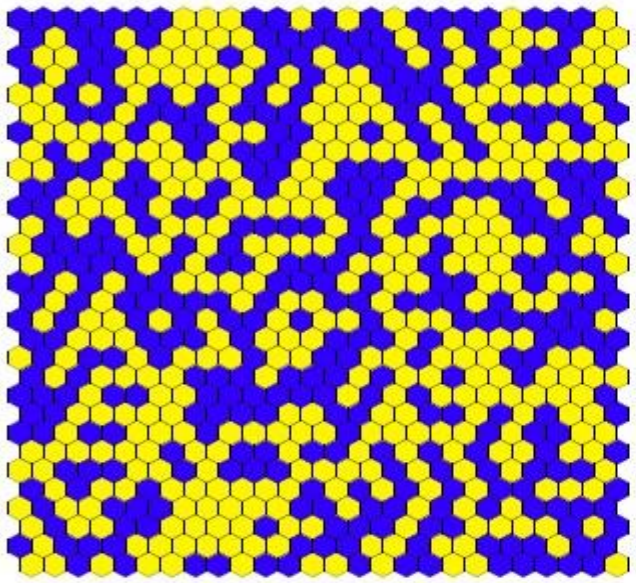
Обратная задача: какую долю узлов (или связей) надо удалить (блокировать), чтобы перколяционный кластер распался на несвязные части.

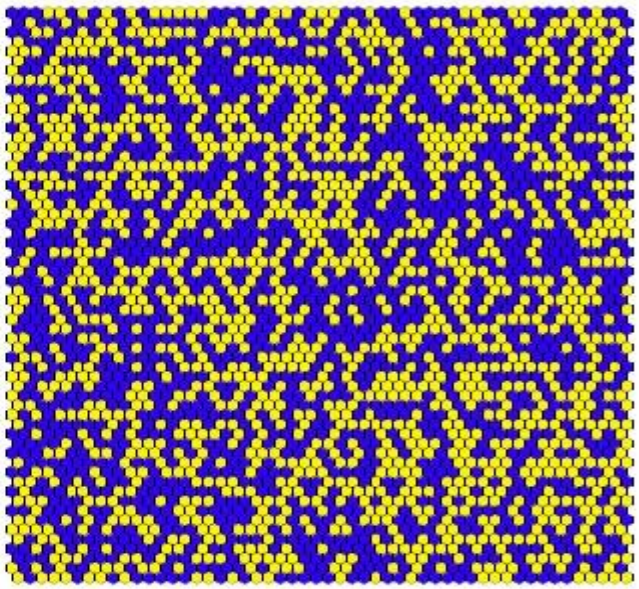


ПЕРКОЛЯЦИЯ И КОГНИТИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Сетевой подход предлагает прорыв в понимании быстрых и даже внезапных появлений новых когнитивных функций в процессе развития, так же, как и деградации этих функций с возрастными изменениями или при нейродегенеративных заболеваниях.

Такие внезапные скачки могут появляться из гладких изменений, если система переходит порог перколяции, т.е. ключевую точку, в которой сеть внезапно становится связной (в процессе развития) или несвязной (возрастные изменения или болезнь).





РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКТИВНОСТИ. БЕЗМАСШТАБНЫЕ СЕТИ

Безмасштабные сети малочувствительны к повреждениям. Большие концентраторы в большинстве случаев окружены меньшими концентраторами, а те, в свою очередь еще меньшими и т.д. Если один из концентраторов будет потерян, то почти все связи в сети сохранятся за счет существования концентраторов меньшего размера.

С точки зрения теории перколяции безмасштабные сети – это перколяционные кластеры. Их устойчивость к повреждениям говорит о том, что порог перколяции в них существенно превышен.

С точки зрения модели Грановеттера – это сети с большим количеством локальных мостов.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКТИВНОСТИ. СЕТИ ТЕСНОГО МИРА

Благодаря связности и малой средней длине путей активность в сетях тесного мира распространяется очень быстро.

Модель распространения инфекций Уоттса-Строгатца.

Критическая зараженность r_{half}, при которой болезнь заражает половину популяции, быстро убывает для малых p. Время $T(p)$, необходимое для глобального заражения $(r = 1)$, имеет ту же функциональную форму, что и характеристическая длина пути $L(p)$. Даже если лишь малая доля ребер в исходной решетке случайно перемонтирована, время глобального заражения будет почти таким же коротким, как и в случайном графе.

D.J. Watts, S.H.Strogatz. Collective dynamics of ‘small-world’ networks.

NATURE |VOL 393 | 4 JUNE 1998.

САМООРГАНИЗОВАННАЯ КРИТИЧНОСТЬ

Per Bak. How nature work. New York, Copernicus, 1996.
Пер Бак. Как работает природа. М., URSS, 2013.

«В природе сложное поведение отражает тенденцию систем, состоящих из большого числа элементов, эволюционировать в динамически уравновешенное критическое состояние, где даже незначительные возмущения могут привести к событиям, или лавинам, любых масштабов. Большинство изменений происходит не путем плавных постепенных переходов, а через катастрофы. Эволюция к этому состоянию происходит без вмешательства со стороны. Оно возникает благодаря взаимодействию элементов системы: критическое состояние является *самоорганизованным.*»

«До сих пор главенствующая экономическая теория предполагает, что идеальные рынки, идеальный рационализм и т.д. приводят экономические системы к устойчивому равновесию Нэша, в котором малые возмущения могут произвести лишь слабый эффект. Отклик системы пропорционален силе воздействия: равновесные системы *линейны.* Внезапные малые события никогда не имеют драматических последствий.»

«Но если природа находится в равновесии, то как мы вообще здесь оказались? Какая может быть эволюция, если все уравновешено?

«Видимое равновесие является просто периодом спокойствия между скачкообразными вспышками активности, во время которых многие виды исчезают, а на смену им приходят новые. Это явление называется периодически нарушаемым, или *прерывистым равновесием.*»

САМООРГАНИЗОВАННАЯ КРИТИЧНОСТЬ

«Каноническим примером самоорганизованной критичности является куча песка. Этот пример показывает прерывистое равновесие, когда спокойные периоды роста сменяются лавинообразными осыпаниями песка, эти осыпания сопровождаются эффектом домино, когда одна песчинка заставляет падать другую или несколько других, а те, в свою очередь, воздействуют на следующие, вовлекая их в цепную реакцию. Именно масштабные лавины, а не постепенные изменения являются мостом между количественным и качественным поведением.»

В критическом состоянии наблюдаются лавины всех размеров, подобно тому, как при возникновении перколяционного кластера возникают кластеры всех размеров.

Доля лавин размера s определяется степенным законом: $D(s) \sim s^{-\tau}$.

Куча песка является абелевой (коммутативной): если более чем одна клетка неустойчива (критична), независимо от того, в каком порядке происходят обрушения, будут обрушены одни и те же клетки одно и то же число раз и в результате процесс закончится в одном и том же устойчивом состоянии.

КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ – МОДЕЛЬ «КУЧИ ПЕСКА»

1	2	0	2	3
2	3	2	3	0
1	2	3	3	2
3	1	3	2	1
0	2	2	1	2

Правило *обрушения* (*toppling rule*): если вес $Z(x, y)$ клетки (x, y) превысил порог Z_{cr}, то

$$Z(x, y) \to Z(x, y) - (Z_{cr} + 1)$$

$$Z(x \pm 1, y) \to Z(x \pm 1, y) + 1, Z(x, y \pm 1) \to Z(, y\, x \pm 1) + 1$$

КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ – МОДЕЛЬ «КУЧИ ПЕСКА»

1	2	0	2	3
2	3	2	3	0
1	2	4	3	2
3	1	3	2	1
0	2	2	1	2

КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ – МОДЕЛЬ «КУЧИ ПЕСКА»

1	2	0	2	3
2	3	3	3	0
1	3	0	4	2
3	1	4	2	1
0	2	2	1	2

КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ – МОДЕЛЬ «КУЧИ ПЕСКА»

1	2	0	2	3
2	3	3	4	0
1	3	2	0	3
3	2	0	4	1
0	2	3	1	2

КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ – МОДЕЛЬ «КУЧИ ПЕСКА»

1	2	0	3	3
2	3	4	0	1
1	3	2	2	3
3	2	1	0	2
0	2	3	2	2

КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ – МОДЕЛЬ «КУЧИ ПЕСКА»

1	2	1	3	3
2	4	0	1	1
1	3	3	2	3
3	2	1	0	2
0	2	3	3	2

КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ – МОДЕЛЬ «КУЧИ ПЕСКА»

1	3	1	3	3
3	0	1	1	1
1	4	3	2	3
3	2	1	0	2
0	2	3	2	2

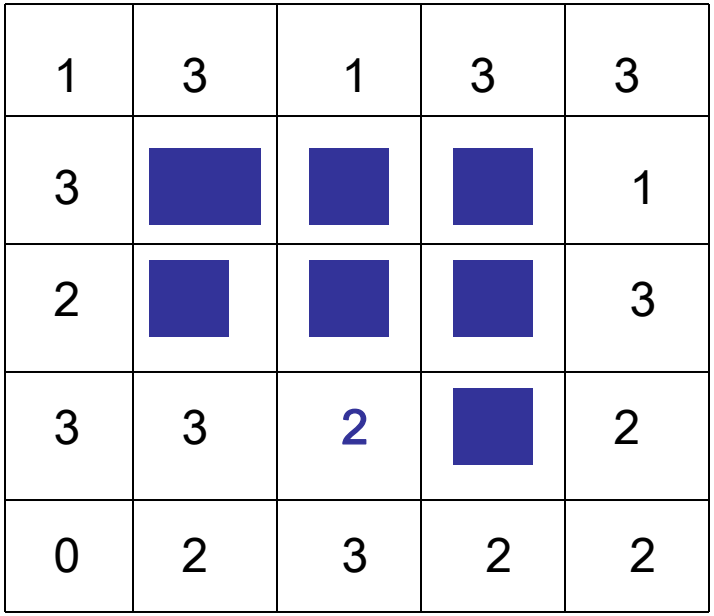
КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ – МОДЕЛЬ «КУЧИ ПЕСКА»

1	3	1	3	3
3	1	1	1	1
2	0	4	2	3
3	3	1	0	2
0	2	3	2	2

КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ – МОДЕЛЬ «КУЧИ ПЕСКА»

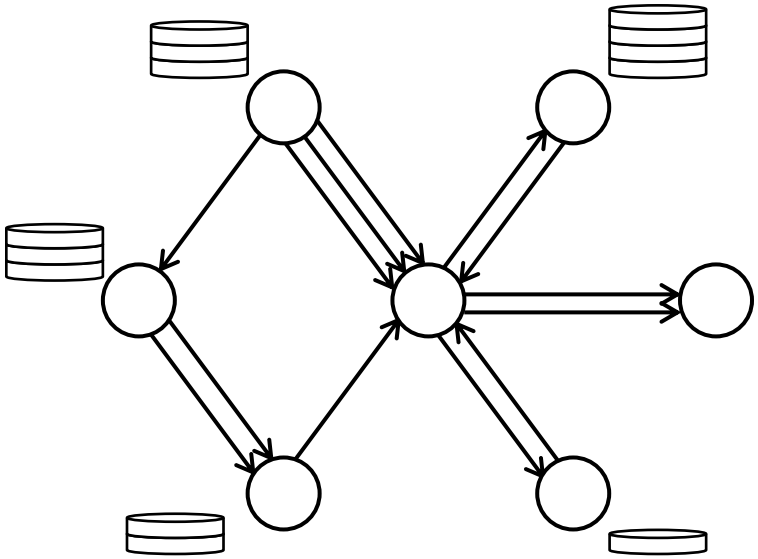
1	3	1	3	3
3	1	2	1	1
2	1	0	3	3
3	3	2	0	2
0	2	3	2	2

КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ – МОДЕЛЬ «КУЧИ ПЕСКА»



Динамический паттерн активности

ИГРА ВЫСТРЕЛИВАНИЯ ФИШЕК
(chip-firing game)



Дан граф, который может иметь петли и кратные ребра. В начальном состоянии вершины графа содержат некоторое (быть, может, нулевое) количество фишек. Вершина, число фишек в которой не меньше числа ее исходящих ребер, может выстрелить, т.е. передать по одной фишке по каждому исходящему ребру всем своим соседям. «Ход» состоит в выборе стреляющей вершины.

Доказано, что выбор ходов неважен.

CHIP-FIRING GAME И КУЧА ПЕСКА

Очевидны аналогии между chip-firing game и кучей песка:

• стреляющая вершина – аналог критической клетки в клеточном автомате;

• правило выстреливания аналогично правилу обрушения кучи песка;

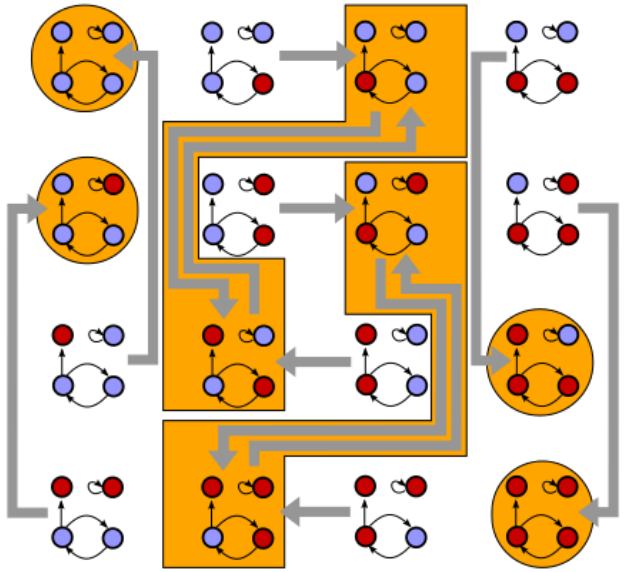
• последовательность выстрелов – это лавина;

• граничные вершины в chip-firing game – аналоги граничным клеткам в клеточном автомате;

• независимость конечного состояния от выбора стреляющих вершин – аналог абелевости кучи песка.

Chip-firing game – более сильная модель, поскольку она рассматривает произвольные графы.

Случайные пороговые булевы сети



Пространство состояний булевой сети с четырьмя вершинами

Булевы сети широко распространены в моделировании динамических свойств сложных сетей, таких как биологические, нервные, экологические и социальные сети.

В булевых сетях узлы характеризуются двумя состояниями: 1 (ON) и 0 (OFF). Состояния каждого узла изменяются в дискретном времени и определяются состояниями его соседей.

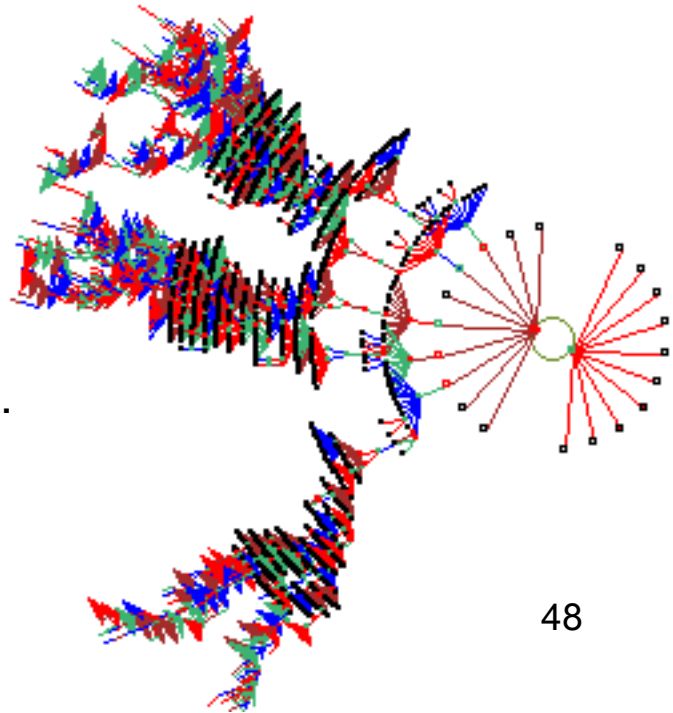
Случайные булевы сети были предложены Стюартом Кауфманом в 1969 г. как модели генных регуляторных сетей.

Случайные пороговые сети (СПС) – вид булевых сетей, в которых регуляторные взаимодействия между узлами содержат большую степень случайности.

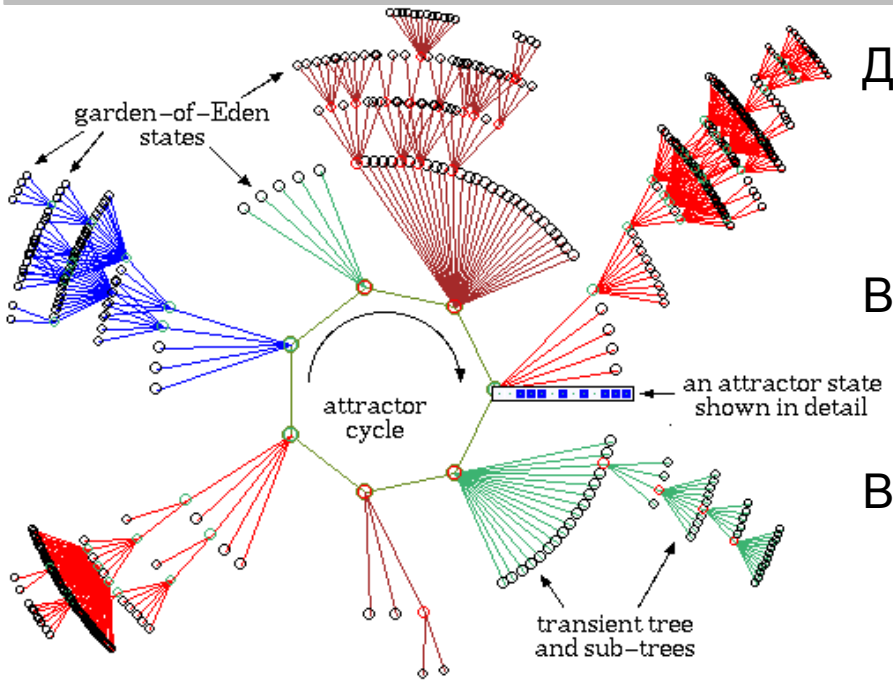
В классических СПС система всегда достигает устойчивого состояния или предельного цикла (т.к. число состояний сети конечно).

Они называются **аттракторами.**

На рис. аттрактор – предельный цикл из двух состояний.



Случайные пороговые булевы сети



Динамика случайных булевых сетей может происходить в трех режимах: порядок, хаос и промежуточный критический режим.

В **упорядоченном режиме** все аттракторы являются устойчивыми состояниями и система устойчива к возмущениям в переходных состояниях.

В **хаотическом режиме** система очень чувствительна к изменениям и даже малые возмущения могут кардинально изменить поведение всей сети.

Режим между порядком и хаосом называется **критическим**. В этом режиме поддерживается баланс между поведением, устойчивым к большинству возмущений, и гибким переключением в ответ на избранные возмущения.

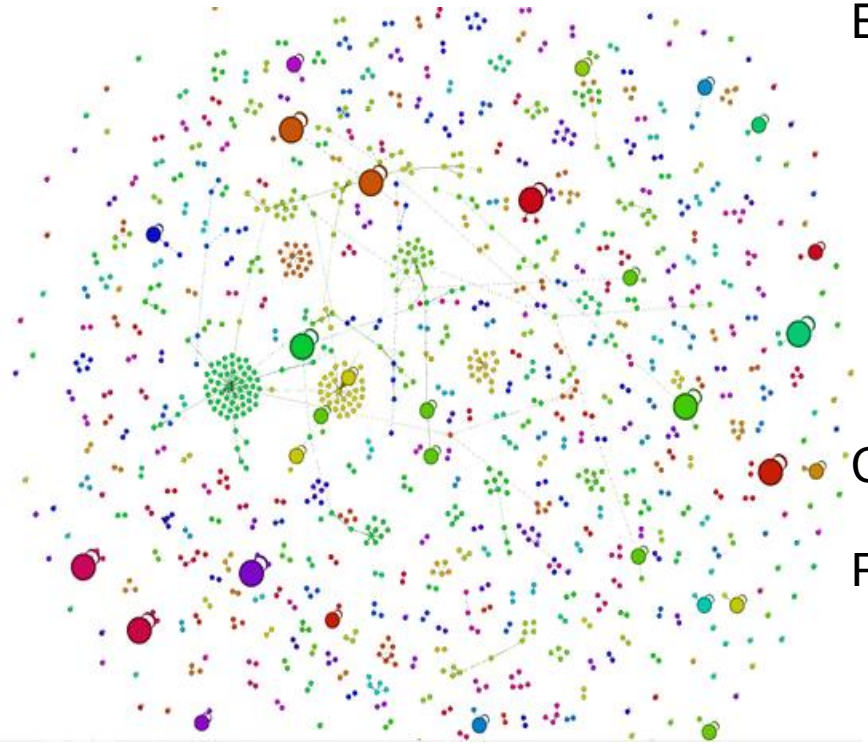
СПС – изначально использовались как искусственные нейронные сети, однако затем круг их применения расширился.

Исследовались динамические свойства СПС с различным распределением степеней вершин, пропорцией и силой активаторов-репрессоров и различными порогами. Было определено множество параметров, которые задают сеть с динамическими свойствами, наблюдаемыми в биологических системах.

Рассматриваются **синхронные** и **асинхронные** СПС.

http://uncomp.uwe.ac.uk/wuensche/gallery/ddlab_gallery.html#RBN basin of attraction field

Влияние модулярной структуры на динамику СПС



Биологические и социальные системы модулярны – они состоят из сообществ различной величины. Недавно было показано, что в сложных сетях не только распределение степеней вершин подчиняется степенному закону – степенному закону подчиняется также распределение размеров сообществ:

$$P(C) \sim C^{-t}$$

Структура сообществ оказывает существенное влияние на динамику СПС.

R.-S. Wang и Reca Albert (2013) показали, что в сетях с сильной модулярностью имеется большее количество аттракторов, чем в сетях со слабой модулярностью.

Сети с меньшими по размеру сообществами также имеют больше аттракторов.

Нарушения и изменения, связанные с возмущениями в начальных состояниях, хуже распространяются в сетях с высокой модулярностью и меньшими размерами сообществ.

ЧТО ОБЩЕГО В ЭТИХ МОДЕЛЯХ?

Идея всеобщей связности как процесса: слабые связи Грановеттера, перколяционный кластер, большая лавина.

Идея критического состояния: точка равновесия у Грановеттера; порог перколяции; критическая клетка в куче песка. Главное свойство критического состояния: **малые воздействия ведут к большим последствиям.**

Еще одно ключевое слово: **фазовый переход.** «Фазовый переход - это неожиданное глобальное изменение поведения системы, происходящее за счет взаимодействия множества составляющих ее частиц, причем силы этого взаимодействия локальны. Фазовый переход происходит после того, как внешнее воздействие, действующее на частицы, достигнет некоторого порогового значения. Именно этим объясняется кажущаяся внезапность фазовых превращений: до некоторого момента все частицы и система в целом, с точки зрения внешнего наблюдателя ведут себя «нормально», а затем вдруг «без всякого предупреждения» резко изменяют характер своего поведения.»

Ф.Болл. Критическая масса. М., Гелеос, 2008.

Модели быстрого распространения: от пороговых моделей Грановеттера до лавин в куче песка.

Степенное распределение кластеров, лавин, подграфов с сильными связями.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКТИВНОСТИ – ПРИЛОЖЕНИЯ

Анализ социальных сетей: Интернет, мобильные сети.

Устойчивость и связность телекоммуникационных сетей.

Генные сети.

Моделирование быстрого распространения (эффекты домино): лесные пожары, эпидемии, слухи, инновации, социальные беспорядки.

Моделирование медленных эволюционных процессов (биологическая эволюция, землетрясения) – прерывистое равновесие.

СЛОЖНЫЕ СЕТИ И КОГНИТИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Ассоциативные связи и креативность: стандартные ассоциации – сильные связи; нестандартные ассоциации - слабые связи.

Инсайт (озарение) – это лавина, фазовый переход.

«Карта соединений мозга, т.н. коннектом, и ее сетевые свойства являются ключевыми для понимания связи между мозгом и разумом. Коннектом характеризуется короткой длиной пути (топологией тесного мира), высокой кластеризацией и ассортативностью, т.е. тенденцией хабов соединяться с другими хабами, образуя клуб богатых.»

A.Baronchelli, R.Ferrer-i-Cancho, R.Pastor-Satorras, N.Chater, M.H.Christiansen. Networks in Cognitive Science. Trends in Cognitive Sciences July 2013, Vol. 17, No. 7, 348-360.

Патологии и изменение топологии сети

Изменения фундаментальных свойств сети часто связаны с патологиями.

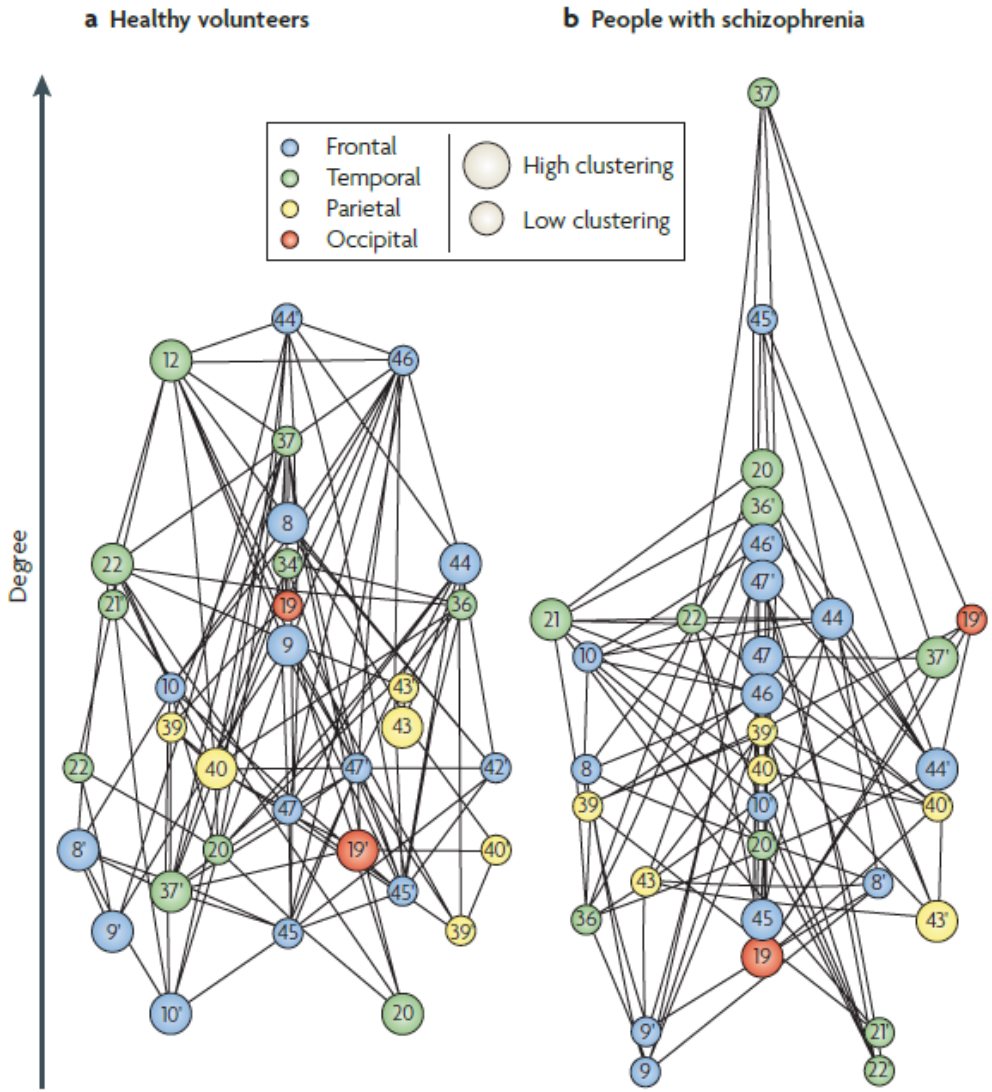


Figure 3 | **Disease-related disorganization of brain anatomical networks derived from structural MRI data.** In both parts, the nodes (circles) represent cortical regions

Патологическая организация анатомической сети мозга, полученной из данных структурной МРТ.
В обеих частях узлы представляют участки коры, а связи представляют высокую корреляцию в плотности серого вещества между узлами.
Узлы расположены вертикально по степени и разделены горизонтально для большей наглядности.
Числа обозначают поля Бродмана; штрих (′) обозначает поля левого полушария.
Коэффициент кластеризации каждого узла, мера его локальной связности, обозначен размером: чем выше кластеризация, тем больше радиус. **a | Анатомическая сеть мозга здоровых волонтеров имеет иерархическую организацию с низкой кластеризацией хабов. b | Эквивалентная сеть, построенная по данным МРТ для больных шизофренией показывает потерю этой иерархической организации — хабы чаще имеют высокую кластеризацию.**

Bullmore E. and Sporns O., Nature Reviews, Vol.10, 2009

Патологии и изменение топологии сети

Параметры сетей, полученных с помощью фМРТ, ЭЭГ или структурного МРТ у пациентов с шизофренией и болезнью Альцгеймера, отличаются от параметров здоровых людей.

Болезнь Альцгеймера

1. Потеря свойства тесного мира.

2. Увеличение длины путей в графе.

3. Изменения в хабах, связанные с болезнью.

4. Значительное увеличение глобальной кластеризации, узлы с большой центральностью в участках мультимодальной ассоциативной коры.

Шизофрения

1. Свойства экономичного малого мира ослаблены.

2. Величины кластеризации и длины путей функциональных сетей ближе к значениям этих параметров у случайных графов.

3. Уменьшение иерархичности мультимодальной коры.

4. Относительно большое физическое расстояние между связанными областями при неэффективной аксонной «проводке».

E. Bullmore, O. Sporns. Complex brain networks: graph theoretical analysis of structural and functional systems. Nature Reviews | Neuroscience March 2009 | Vol. 10.

Связь сетей мозга и социальных сетей. Число Данбара

Одним из предметов недавних исследований стала крупномасштабная валидация т.н. числа Данбара.

Число Данбара — ограничение на количество постоянных социальных связей, которые человек может поддерживать. Поддержание таких связей предполагает знание отличительных черт индивида, его характера, а также социального положения, что требует значительных интеллектуальных способностей. Лежит в диапазоне от 100 до 230, чаще всего считается равным 150.

Стадные приматы отличаются сложным общественным поведением . Данбар заметил зависимость между уровнем развития неокортекса больших полушарий головного мозга и размером стаи у приматов. На основании данных по 38 родам приматов он вывел математическую зависимость между развитием неокортекса и размером стаи, и, основываясь на оценке развития человеческого мозга, предложил оценку оптимального размера человеческого стада. Для проверки своей теории Данбар обратился к данным антропологии. Средние размеры деревень традиционных поселений колеблются в предположенных им пределах. Кроме того, размеры неолитических поселений составляют до 200 человек.

Анализируя сеть общений в Твиттере, включающую 1.7 миллионов человек, оказалось возможным подтвердить, что пользователи могут поддерживать ограниченное число стабильных связей, и что их число согласуется с предсказанным Данбаром.

ПЕРЕДОВЫЕ РУБЕЖИ В СЕТЕВОЙ НАУКЕ

1. **Задача «разделения временной шкалы»**

Традиционно в исследованиях динамических процессов в сетях рассматривались две крайности: или сеть считается практически статичной, т.е. она эволюционирует во времени гораздо медленнее, чем в ней происходят изучаемые процессы, или, наоборот, она описывается как быстро изменяющаяся, со скоростью, которая позволяет процессу воспринимать только статистические свойства графа (например, только распределение степеней). Сейчас задача состоит в том, чтобы разработать инструменты для описания того, что происходит в промежуточной ситуации, то есть, когда временной масштаб динамического процесса сравним с темпом эволюции сети.

2. **Что происходит, когда динамический процесс коэволюционирует с лежащей в его основе сетью, так что обе динамики взаимодействуют друг с другом через механизм обратной связи?** Недавние исследования показали, что в таком случае могут возникать интересные феномены самоорганизации, такие как возможная фрагментация социальной сети, когда связи могут быть перемонтированы в зависимости от динамического состояния узлов, которых они соединяют.

3. **Проблема управления.** Отдельно от проблем описания, моделирования и понимания сложных сетей, дальнейший вопрос: как ими можно управлять.

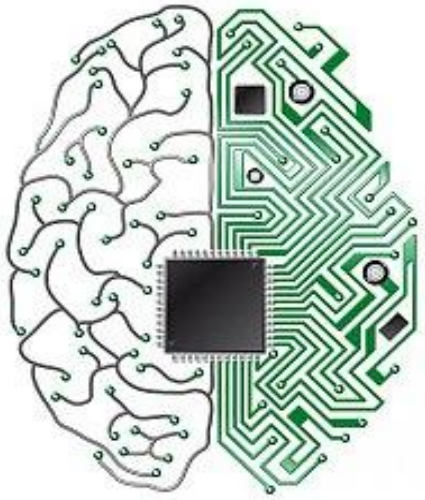
Теория управления предлагает мощные математические инструменты, но неоднородность сети предлагает нетривиальные проблемы, которые в настоящее время только начали принимать во внимание.

Определение управляющих узлов, которые могут направлять динамику во времени системы в целом, например, может помочь при проектировании систем для представления желаемых функций или предотвращения неисправностей.

Такими узлами в сети как правило являются хабы.

A. Baronchelli, R. Ferrer-i-Cancho, R. Pastor-Satorras, N. Chater, M. H. Christiansen. Networks in Cognitive Science // Trends in Cognitive Science 17(7), 348-360 (2013)

МОЗГ И КОМПЬЮТЕР



Краткий список основных задач, которые мозг решает эффективнее компьютера:

- быстрая обработка образов: категоризация, узнавание в разных ракурсах на основе сходства (а не тождества);
- целостное, «гештальтное» восприятие; восстановление целого по части; быстрое узнавание несходства («что-то не так»);
- определение релевантности, отделение существенного от несущественного;
- быстрый доступ к нужному содержанию (ассоциативный поиск);
- быстрые рассуждения на основе схем.

Разгадка мозговых механизмов решения этих задач и их электронная реализация должна привести к революционным изменениям в информационных технологиях.

МОЗГ И КОМПЬЮТЕР

Нижний (структурный) уровень рассмотрения механизмов мозга – это нейронные сети. Нижний уровень архитектуры компьютера – это логические схемы. Говоря об архитектуре компьютера на функциональном уровне – уровне механизмов и блоков переработки информации (таких, как сумматоры, дешифраторы, память, команды), мы не обязаны опускаться до уровня логических схем – потому что мы знаем, что эти блоки реально существуют, их функции и способы реализации логическими схемами хорошо известны. Знание конкретных схем к разговору на функциональном уровне ничего не добавляет – хотя влияет на скорость, размеры и т.д.

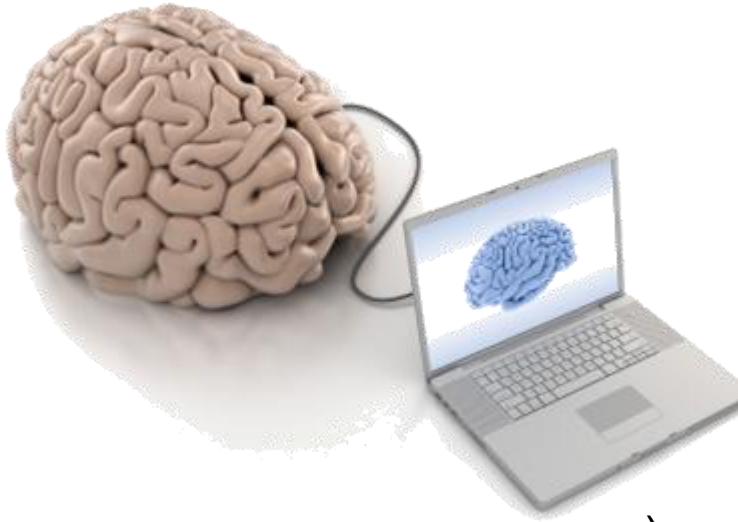
Для мозга это не так. Мы не знаем не только, как работают функциональные блоки, о которых говорит психология, - мы не знаем даже, существуют ли они реально, можно ли их локализовать в том смысле, в каком локализованы блоки компьютера. Поэтому спуск на нижний уровень необходим.

Психологический уровень не может дать окончательных ответов, но зато только он формулирует нужные вопросы, хотя язык этих вопросов – во многом информационный.

Верификацию ответов может дать только моделирование.

МОЗГ И КОМПЬЮТЕР

Взаимодействие когнитивных наук выглядит примерно так. Нейрофизиология дает сведения о нейронных структурах и их функционировании. При этом не исключено, что нейронные структуры придется, в свою очередь рассматривать на трех уровнях: сетевом, биохимическом и генетическом.



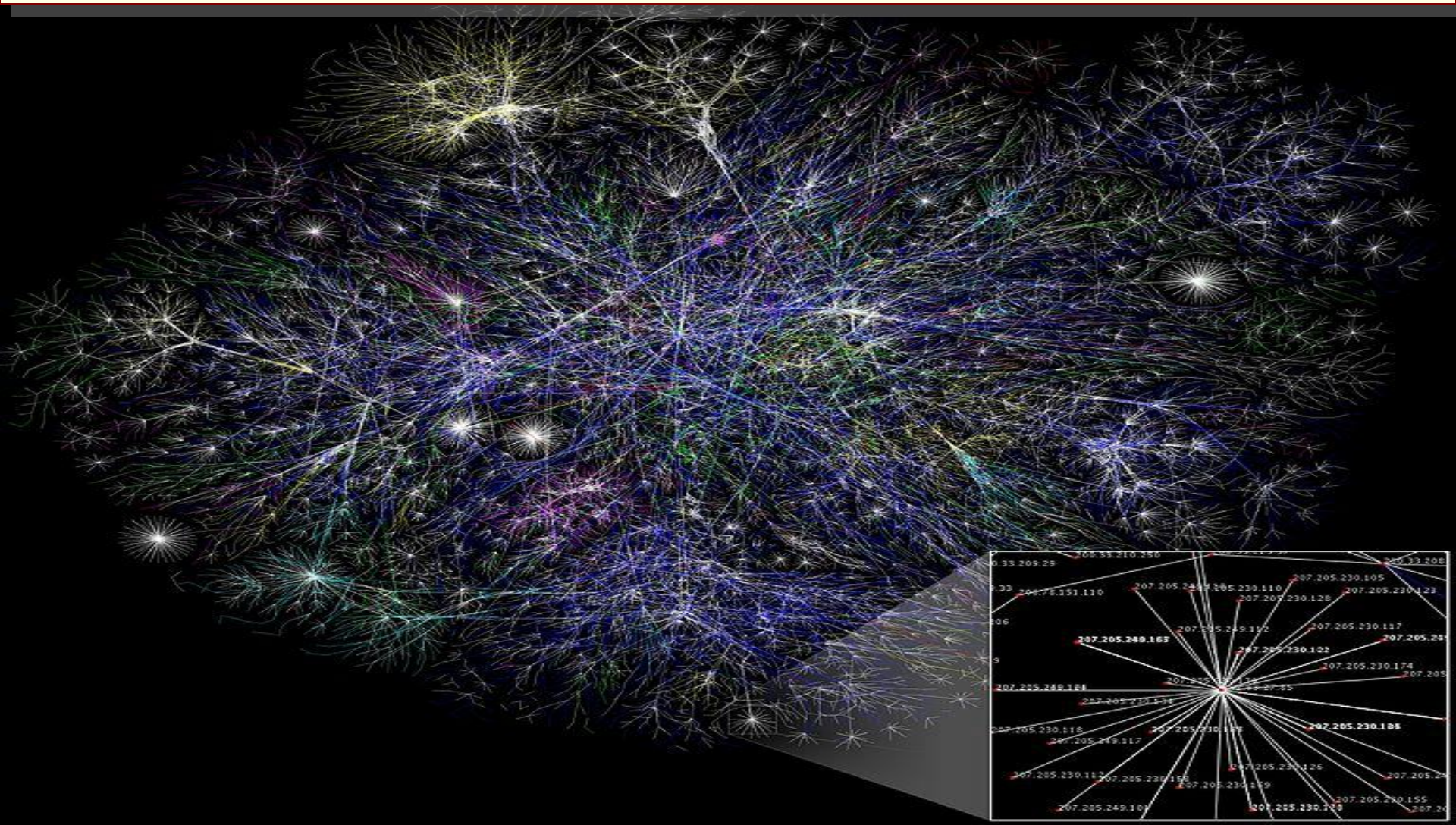
Психология описывает макроэффекты (поведение, рассуждения, речь), реализация которых должна быть объяснена на нейронном уровне.

Искусственный интеллект дает язык, на котором задаются вопросы: систему понятий информатики и средства формализации для построения когнитивных моделей.

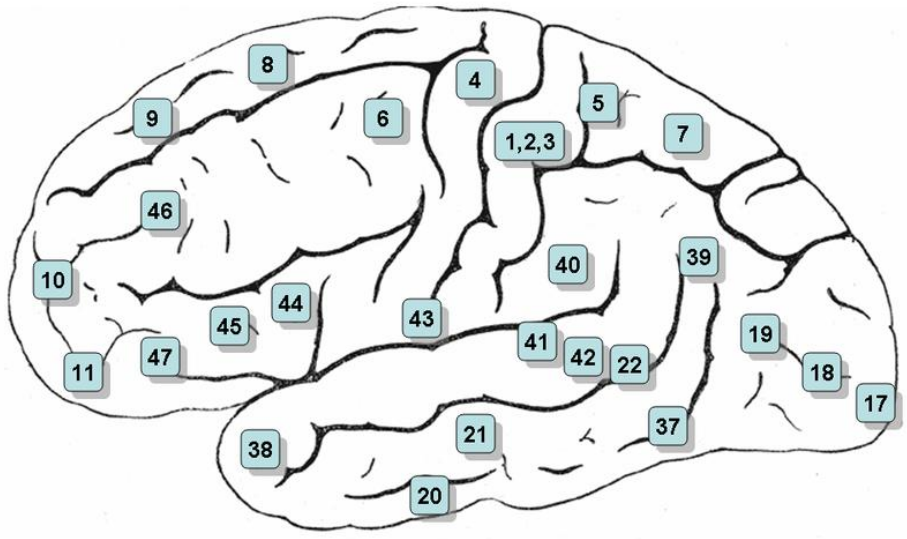
Для моделирования информационных процессов мозга сетевого языка может оказаться недостаточно.

Во всяком случае ни одна из когнитивных наук в одиночку не способна реализовать проект моделирования информационных процессов мозга. Это можно сделать только вместе.

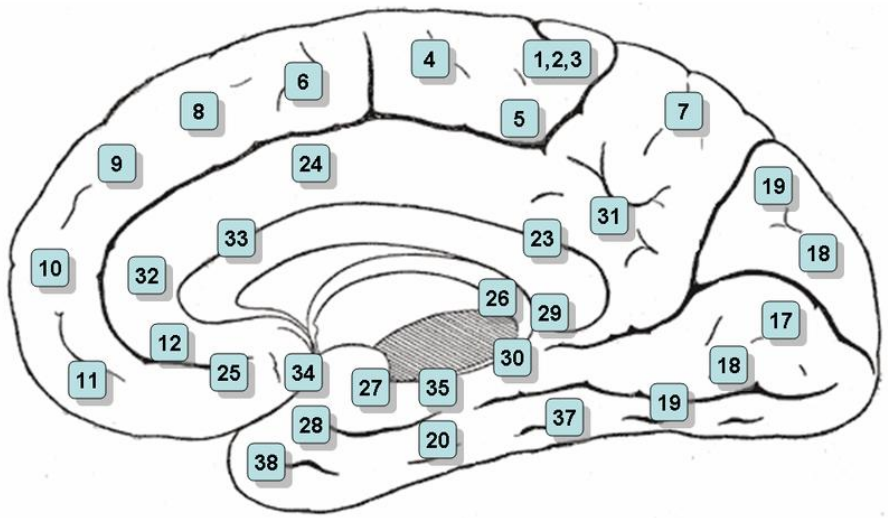
СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ



Поля Бродмана



Боковая поверхность мозга с пронумерованными полями Бродмана.



Центральная часть мозга с пронумерованными полями Бродмана.

Поля Бродмана — отделы коры больших полушарий головного мозга, отличающиеся по своей цитоархитектонике (строению на клеточном уровне). Выделяется 52 цитоархитектонических поля Бродмана.